

教学研究与改革

在大学数学教学中有效提升学生认知社会能力的研究与实践

褚宝增¹, 王果胜², 白 浩³, 王祖朝¹1. 中国地质大学(北京)数理学院, 北京 100083; 2. 中国地质大学(北京)地球科学与资源学院, 北京 100083;
3. 中国地质大学(北京)教务处, 北京 100083

摘要:人的认知能力是综合能力的重要组成部分。通过大学数学的教学, 让学生较准确地认识数量的级别、模型的可信度、数据的来源以及计算方法, 可有效提升学生的判断能力, 从而增强学生的认知社会能力。

关键词:认知能力; 大学数学; 教学方法

中图分类号: G642 文献标识码: A

文章编号: 1006-9372(2014)03-0046-02

随着人类社会的飞速发展, 学说林立、观点众多, 致使良莠杂陈、正邪交织, 许多人因受伪科学之蛊惑而上当受骗。究其原因是人们对社会与社会现象的认识不够深刻, 逻辑思维能力与量级判断能力较弱。由此, 在数学教学过程中, 培养学生联系社会实际现象的逻辑思维与计算判断能力, 能帮助学生建立健康科学的世界观, 对学生今后的发展具有十分重要的意义。

认知能力是指人脑加工、储存、提取和分析信息的能力, 即人们对事物的构成、性能与他物的关系、发展的动力、发展的方向以及基本规律的把握能力。它是人们成功地完成活动最重要的心理条件。具体的认知能力: 归纳、演绎、语言理解力、记忆力以及数字能力, 即能力倾向测试, 目的是测量特定工作能力倾向^[1]。

德国科学家克莱因说过这样一段话: 唱歌能让你焕发激情, 美术能让你赏心悦目, 诗歌能让你拨动心弦, 哲学能让你增长智慧, 科学能改变你的物质生活, 但数学能给你以上的一切。如此看似对数学夸张的描述, 其实是非常准确的。通过数学的训练能够使人变得灵敏, 通过数学的训练能够使人趋于严谨, 通过数学的训练能够使人开启智慧。以上都是使人具备辨别是非、甄别真伪、正确取舍能力的前提。

教师在课堂上拥有足够多的学生作为受众, 而学生也正是在世界观的形成期。大学教育的舞台给“在大学数学教学中有效提升学生认知社会

能力的研究与实践”, 这一课题提供了可以研究与实践的绝好机会与良好条件。

一、认识内容

1. 认识数量的级别差异

我们平时说大小时, 往往在前面添加一些副词来表示心中的级别或程度, 如“很”、“特”、“太”、“忒”、“好”、“非常”、“相当”、“极其”、“格外”、“尤其”等字词, 这些模糊的表述难免让我们产生错误的判断, 特别是大与大、小与小比较时, 更应该基本准确地知晓它们的级别差异。

当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 对数函数 $\ln x$ 、幂函数 $x^n (n > 0)$ 、指数函数 $a^x (a > 1)$ 、阶乘函数 $[x]!$ 、幂指函数 x^x 的值皆为 $+\infty$, 然前者与后者比值的极限永远为零, 说明后者远远比前者大, 到底大到什么程度, 当 x 为给定数值后, 我们应该有基本准确地认识, 比如全世界的人口最接近 $13!=6227020800$, 这就是阶乘放大的速度^[2]。在大学数学的教学过程中, 努力研究与寻找现实社会中的问题与课堂教学中数量级别相对应的例子, 便显得十分必要。

2. 识别模型的可信程度

用定量的手段进行定性是当今推崇的科学研究方法, 从而使数学建模思想十分流行。模型的计算往往不存在问题, 关键是数学模型与实际问题的相关或吻合程度较少有精密论述, 尤以当今的经济学与社会学模型最为突出。

如马尔萨斯人口指数模型为 $x(t) = x_0 e^{rt}$, 认为人口数量翻一番所用固定时间为 $T = \frac{\ln 2}{r}$, 其实此模

型更适合于人之外的生物种群，由于生存环境和资源等因素，实际增长达不到模型的速度^[3]。

再如许多回归分析模型，一是为简化运算多用线性形式，二是原始数据规律性本身就不好或数据量偏少而强用回归分析，这些都使得模型的可信度下降。

更存别有用心的诸如传销、次贷等数学模型，欺骗和坑害了一大批人甚至整个世界。

3. 弄清数据的来源范围

即使数据的来源是真实的，也不等于真正的真实。比如说房价在降，2013年统计的是四环以内，2014年统计的是五环以内，真实的数据便没有了真实的意义。

其实这就是二元函数在某一区域上的均值问题，

$$m_1 = \frac{\iint_{x^2+y^2 \leq 5^2} f_1(x, y) dx dy}{25\pi}, \quad m_2 = \frac{\iint_{x^2+y^2 \leq 4^2} f_2(x, y) dx dy}{16\pi},$$

$m_1 < m_2$ ，并不能推导出 $f_1(x, y) < f_2(x, y)$ 。

4. 计算习惯的训练培养

以往在路边或闹市经常遇到小型赌博游戏，往往感觉能赢，实际久赌愈输。比如摸围棋子一例，一袋中有8白8黑共16个围棋子，从中随机取出8子，共有4比4、3比5、2比6、1比7、0比8五种可能，且除4比4外其他四种还有黑白对调的两种可能。若出现4比4则庄家赢3元，若出现3比5庄家输1元，若出现2比6庄家输3元，若出现1比7庄家输10元，若出现0比8庄家输100元。仅凭直观感觉，肯定是庄家必输，一般人认为五种可能中后四种均等，第一种反而出现的可能低一半，其实不然，现在我们对五种结果的概率加以计算。

$$P(44) = \frac{C_8^4 C_8^4}{C_{16}^8} = 0.3807,$$

$$P(35) = 2 \frac{C_8^3 C_8^5}{C_{16}^8} = 0.4873, \quad P(26) = 2 \frac{C_8^2 C_8^6}{C_{16}^8} = 0.1218,$$

参考文献：

- [1] Flavell J H. Metacognition and Cognitive Monitoring:A New Area of cognitive Developmental Inquiry[J]. American Psychologist,1979(10):906-911.
- [2] 褚宝增，陈兆斗. 高等数学（上）[M]. 北京：北京大学出版社，2008.
- [3] 陈翀. 数学建模在经济学与社会学中的应用 [J]. 企业经济，2010，(4) :133-135.
- [4] 褚宝增，王翠香. 概率统计 [M]. 北京：北京大学出版社，2010.

$$P(17) = 2 \frac{C_8^1 C_8^7}{C_{16}^8} = 0.009946,$$

$$P(08) = 2 \frac{C_8^0 C_8^8}{C_{16}^8} = 0.0001554,$$

$$3P(44) = 1.1421,$$

$$P(35) + 3P(26) + 10P(17) + 100P(08) = 0.9677.$$

$$\text{显然, } 3P(44) > P(35) + 3P(26) + 10P(17) + 100P(08),$$

随着次数的逐渐增多，庄家赢钱的稳定性也会大大增加^[3-4]。

总之，教学要努力做到将课堂内容与社会现象紧密连接并适当对比，才能逐步提升学生认知社会能力。

二、小结

建立长效、可行、系统、可实施的教学体系，以持续提升学生认知社会能力。通过课堂教学实践，让学生遇到社会上的各种问题与现象时，借助所学的数学知识与思维方式，养成先想一想、算一算的习惯。能够避免被谣言、邪说、迷信所骗，能够对似是而非、冠冕堂皇的“理论”进行剖析，能够紧跟时代主旋律，能够树立健康科学的人生观与世界观，令学生无论将来从事任何职业都受用终生。

当然，要完成上述教学目的，对教师的素质必然有较高的要求。从专业上讲，教师应具备良好的数学思维品质、完整的数学文化体系、扎实的数学教育理论。从全面上讲，教师应具备宽泛的知识结构、灵活的运用能力、习惯的反思意识。

数学是抽象思维的训练，然抽象与具体的实际问题相对应；数学是符号演绎的过程，然符号与内容的准确定义相对应。全面提升学生的数学素质，只依靠数学本身或只为了数学本身是远远不够的。在导入与导出、借鉴与应用的相互作用下，数学的教学才能精彩，数学的价值才能体现。

百艺相通，没有孤立的学科，将大学数学教学与学生认知社会能力的培养有机地结合在一起，其特色已昭然。

Title: Research and Practice on the Promotion of Students' Ability to Understand the Society in the University Mathematics Teaching

Author(s): CHU Bao-zeng, WANG Guo-sheng, BAI Hao, WANG Zu-chao

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

Keywords: ability to understand; university mathematics; teaching method